بررسی روند تغییرات ضرایب مقاومت در جریان های غیر یکنواخت

پیام طاهری ، کاوه استاد علی عسکری ، پیمان طاهری، جمشید سلحشور، حسین قربانی زاده خرازی

پست الکترونیک نویسنده مسئول: Kaveh_oaa2001@yahoo.com

چکیـده

جریان سیال حقیقی در آبراهه ها بر خلاف جریان سیال ایده آل توام با ایجاد تنش های برشی بوده و میزان این تنش ها از یک سو به خصوصیات فیزیکی سیال و رفتار جریان و از یک سو به خصوصیات فیزیکی آبراهه بستگی دارد پس دو خصلت یاد شده در میزان مقاومت محیط، در مقابل سیال گذرنده از آن محیط تاثیر گذار است. اندازه گیری دقیق نیروی اصطکاکی منتج تنش های برشی امکان پذیر نیست و این امر باعث انجام آزمایشات فراوان توسط محققین جهت تخمین تقریبی میزان مقاومت یاد شده گردید، که حاصل آن تحقیقات اعمال و بهینه سازی ضرایبی در معادلات حاکم بر جریان مجاری باز و بسته شد. اگر چه آزمایشات نشان دادند که استفاده از ضرایب مقاومت جریان یکنواخت برای جریان های غیر یکنواخت نیز قابل استفاده هستند اما همگی بر وجود اختلافات و لزوم تعدیل ضرایب برای جریان های غیر یکنواخت صحه گذاشته اند و در اینجا با فرض آنکه عامل ایجاد غیر یکنواختی در جریان عبوری بر روی سطوح صاف و یا بینابینی از نظر هیدرولیکی، شکل گیری و رشد لایه مرزی است، اقدام به بررسی میزان انحراف محتمل ضریب مقاومت مانینگ در جریان های غیر یکنواخت نسبت به مقدار آنها در جریان های یکنواخت شده است و حاصل تحقیق انجام شده بیانگر کاهش ضرایب مقاومت در جریان های غیر یکنواخت نسبت به جریان های یکنواخت و لزوم اصلاح ضرایب مقاومت در کالورتها و کانال های آبگیری بوده است.

واژه های کلیدی : لایه مرزی، ضرایب مقاومت، ضریب مانینگ، جریان غیر یکنواخت

هدف از این تحقیق بررسی تاثیر رشد لایه مرزی بر میزان دبی عبوری از کالورتهای جعبه ای وکانالهای مستطیلی و ذوزنقه ای، و محاسبه روند تغیرات ضرایب مقاومت در برابر جریان های غیر یکنواخت و مقایسه ی آن با ضرایب ارائه شده برای جریان های یکنواخت می باشد.

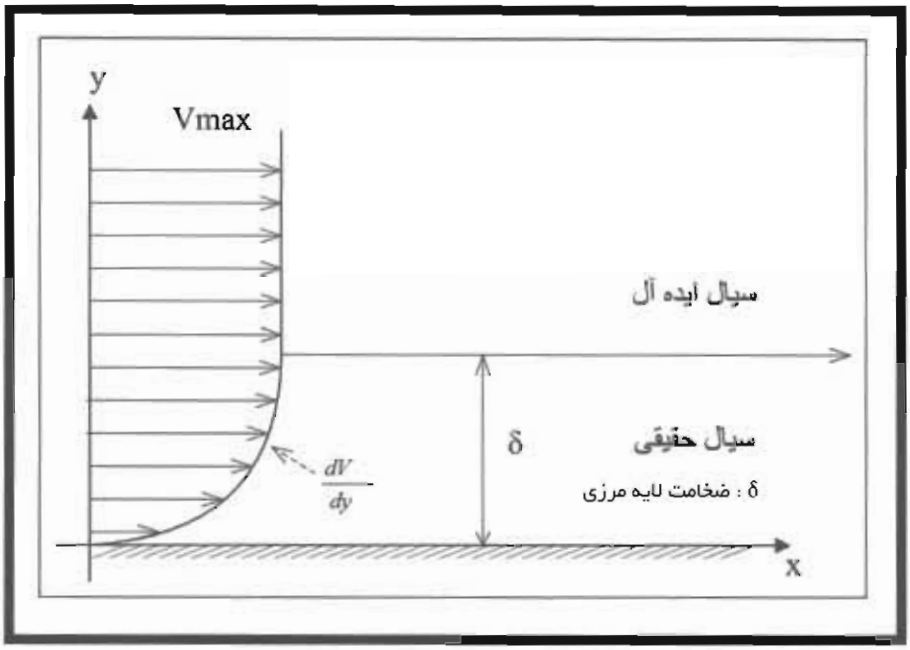
یکی از عوامل اصلی بوجود آورنده ی جریان غیر یکنواخت در آبراهه ها شکل گیری و رشد لایه ی مرزی در مجاورت سطوح جامد می باشد پس قبل از هر چیز باید به تئوری لایه ی مرزی و روابط ارائه شده در این زمینه بپردازیم و سپس از روابط یاد شده در بررسی رفتار جریان استفاده می کنیم.

ارائه ی تئوری لایه ی مرزی توسط پروفسور پراند تل در سال ۱۹۰۴ را می توان سرآغاز تحولات شگرف در عرصه ی مکانیک سیالات دانست، از آنجا که سیال حقیقی دارای لزجت است، لایه ای از سیال مذکور به سطح جامد می چسبد و در اثر برخورد ذرات سیال در حال حرکت با

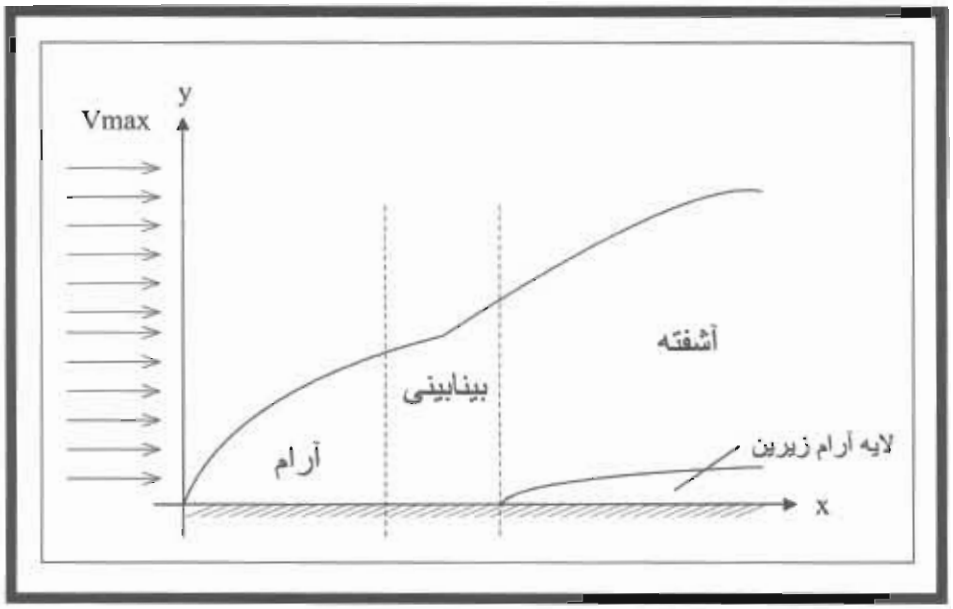
ذرات سیال چسبیده به سطح از سرعت آنها کاسته شده و نهایتاً این تغییرات سرعت در مجاورت سطح بوجود آورنده گرادیان سرعت در جهت عمود بر محور جریان بوده و این گرادیان از مجاور سطح جامد با سرعت صفر شروع شده و تا رسیدن به حداکثر سرعت ادامه می یابد. به ارتفاع گرادیان سرعت ضخامت لایه مرزی می گویند. پس منظور از ضخامت لایه ی مرزی فاصله سطح جامد تا نقطه ایست که در آن نقطه ذرات سیال دارای حداکثر سرعت موجود باشند.

در داخل لایه ی مرزی تنش های برشی محسوس بوده و نمی توان از آن صرفنظر کرد، واضح است که بواسطه تشکیل گرادیان سرعت در این لایه تنش های برشی شکل می گیرند و نیروی دراگ اعمالی بر سطوح نیز متأثر از شکل گیری لایه مرزی بر روی آنهاست، در خارج از این لایه میتوان با دقت بالا سیال را ایده آل فرض نمود.

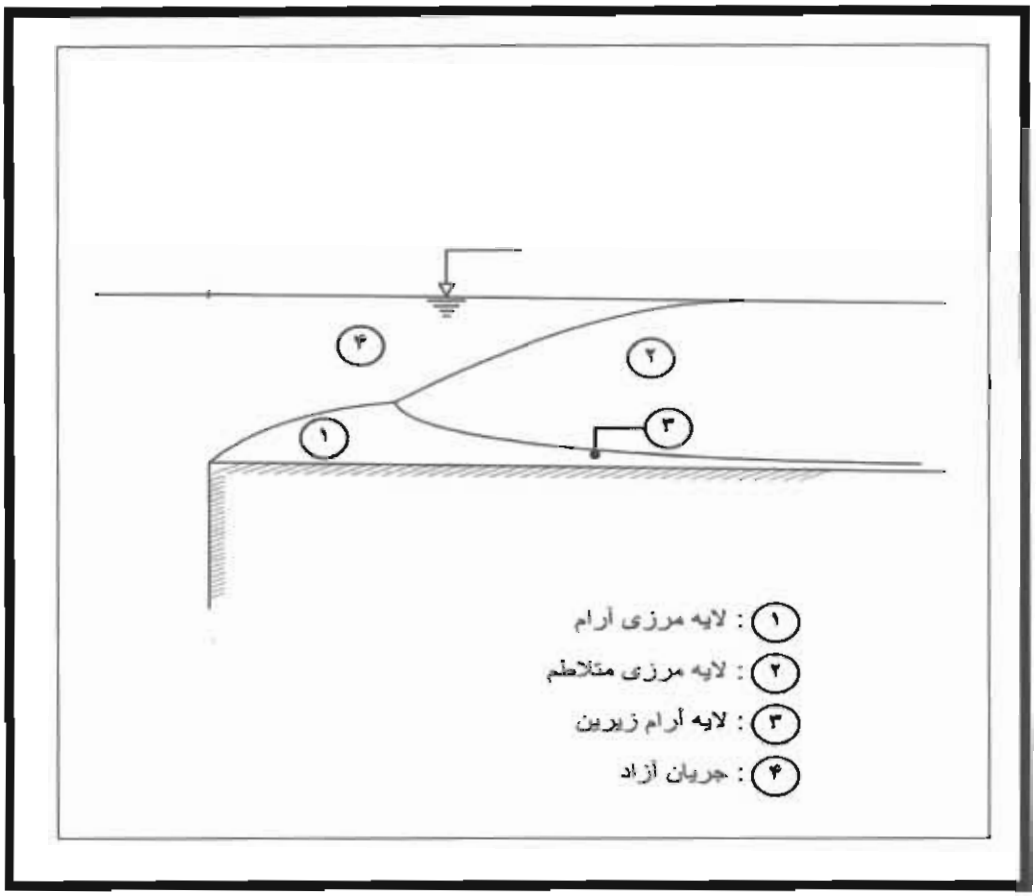
در داخل لایه ی مرزی جریان میتواند ورقه ای، بینابینی و متلاطم باشد که نوع جریان تابعی از مقدار رینولدز نقطه ای



است و بسته به جریان درون لایه مرزی روابط متفاوتی برای تخمین ضخامت این لایه و مقدار تنش و به تبع آن مقدار نیروی دراگ ارائه شده است.



در کانال های باز مراحل تشکیل لایه مرزی به قرار زیر است و اشکال زیر بیانگر لایه های مرزی شکل گرفته بر روی کف کانال از محل آبگیری به سمت پائین دست بوده و برای دیواره های کانال نیز لایه های مرزی مشابهی قابل ترسیم است که در صورت عریض بودن کانال لایه های مرزی شکل گرفته بر روی دیواره ها تأثیر کمی در دیاگرام سرعت و دبی عبوری خواهند داشت.

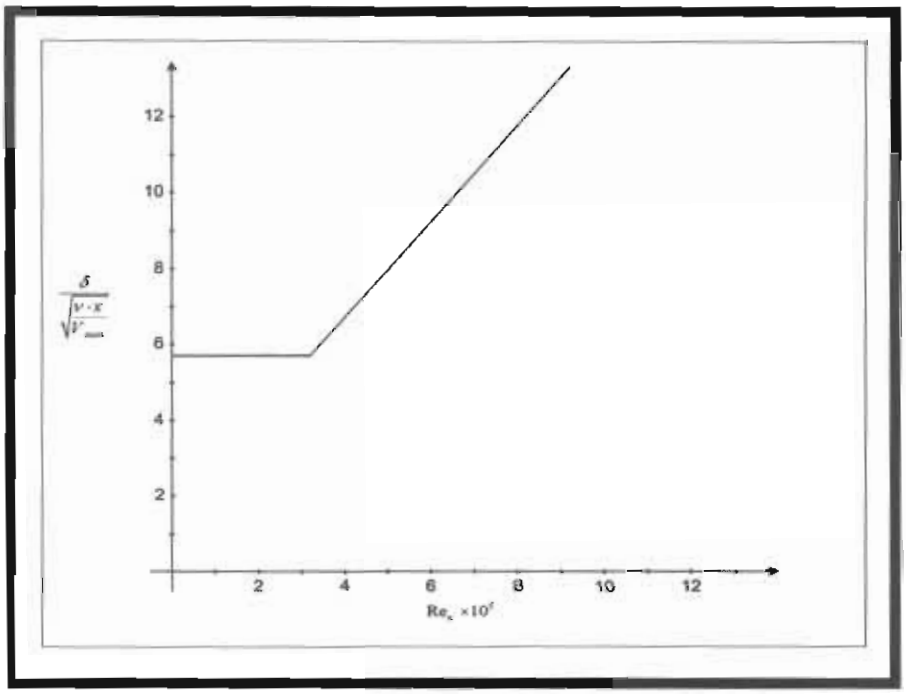


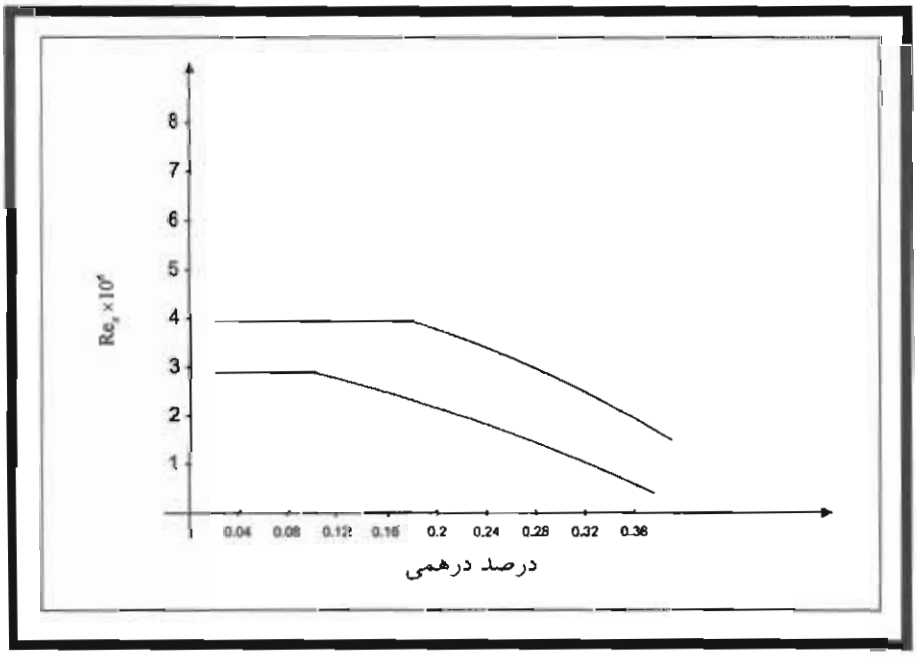
انتقال در لایه مرزی از جریان آرام به جریان درهم به عوامل بسیاری بستگی دارد که مهمترین آنها عبارتند از عدد رینولدز نقطه ای (در مکان مورد بررسی)، میزان درهمی جریان در خارج از لایه مرزی و میزان زبری سطح جامد. البته پدیده انتقال فرآیندی متناوب بوده و از بوجود آمدن اغتشاشات جزئی شروع شده و این امر ادامه پیدا می کند تا جریان کاملاً درهم شده و حرکت ذرات نامنظم و تصادفی می گردد شکل صفحه بعد بیانگر رابطه بین عدد رینولدز و

$$\frac{\delta}{\sqrt{\frac{\nu . x}{V_{max}}}}$$

می باشد که توسط هانسن تنظیم شده است مشاهده می شود که در اعداد رینولدز کمتر از 3.2×10^5 شیب نمودار ثابت بوده و از این نقطه به بعد یک تغییر ناگهانی در شیب ایجاد می شود. برای نشان دادن تأثیر درهمی جریان آزاد درصد درهمی را تعریف می کنیم.

درصد درهمی عبارت است از نسبت متوسط زمانی مقدار مؤلفه نوسانی سرعت در یک نقطه معین به سرعت متوسط زمانی در آن نقطه. تأثیر درهمی جریان بر اساس تحقیقات شوبائر واسکرام اشتات نیز به تصویر کشیده شده است در ناحیه بین دو منحنی در هر لحظه ممکن است جریان آرام و یا درهم باشد به دلیل عوامل متعددی که در پدیده انتقال نقش دارند نمی توان یک عدد رینولدز خاص را به عنوان مرز تبدیل جریان از آرام به درهم ارائه نمود. زبری سطح باعث می گردد انتقال از جریان آرام به درهم صورت گیرد و حتی گرم کردن محیط یا سطح جامد نیز باعث تسریع انتقال می گردد. به هرحال رنج عدد رینولدز در ناحیه انتقالی در منابع مختلف متفاوت بوده و بر طبق معتبرترین منابع عدد ۵۰۰۰۰۰ را به عنوان ابتدای بازه انتقالی یا انتهای ناحیه آرام وعدد ۶۰۰۰۰۰ را به عنوان انتهای بازه انتقالی یا ابتدای ناحیه





$$if \quad Re_x \le 5\times10^5 \Rightarrow \text{لایه مرزی آرام است} \Rightarrow \delta = \frac{5\chi}{Re_x^{0.5}}$$

$$if \quad Re_x \ge 6\times10^5 \Rightarrow \text{لایه مرزی متلاطم است} \Rightarrow \delta = \frac{0.37\chi}{Re_x^{0.2}}$$

درهم میدانند.

معمولاً از ناحیه بینابینی بخاطر طول کوتاه آن صرفنظر میگردد، البته در مجاری طویل میتوان کل لایه مرزی را متلاطم در نظر گرفت بدلیل آنکه طول ناحیه آرام نیز در مقابل طول ناحیه متلاطم ناچیز خواهد بود.

علاوه بر ۳ ناحیه اصلی یاد شده باید به منطقه دیگری

نیز اشاره نمود و آن لایه آرام زیرین است که در زیر لایه مرزی متلاطم شکل می گیرد و جریان در آن ورقه ای است. ضخامت این لایه معیاری برای تعیین زبری و صافی سطح از نظر هیدرو لیکی است که معیار مقایسه به قرار زیر است :

سطح صاف $if \quad \delta' > 3\,k_s$

سطح بینابینی $if \quad 0.12\,k_s \le \delta' \le 3\,k_s$

سطح زبر $if \quad \delta' < 0.12\,k_s$

که در روابط فوق k_s توسط ارتفاع ناهمواری های سطح و δ' ضخامت لایه آرام زیرین است که از رابطه زیر حاصل می شود.

$$\delta = \frac{11.6\,\nu}{U_*}$$

توزیع سرعت در ناحیه متلاطم از ۴ بخش تشکیل شده است توزیع خطی سرعت در ناحیه لایه آرام زیرین، توزیع نامشخص سرعت در ناحیه بافر، توزیع لگاریتمی و در آخر توزیع نمایی است که ۸۰ درصد کل ضخامت لایه مرزی را به خود اختصاص می دهد پس می توان با تقریب، توزیع سرعت در کل ناحیه متلاطم را نمایی دانست و رابطه کلی توزیع سرعت در این ناحیه به قرار زیر است :

$$\frac{V}{V_{max.}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}$$

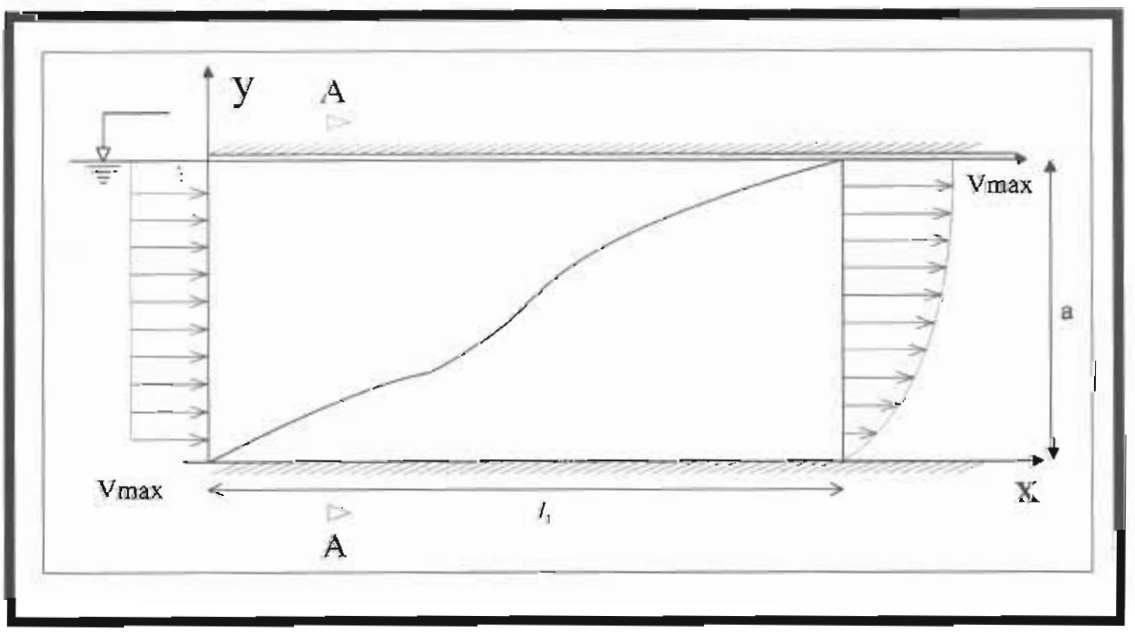
تمامی روابط ارائه شده در زمینه لایه مرزی با فرض غیرلغزشی بودن جریان بر روی سطح استوار هستند.

ابتدا به بررسی حالات حدی جریان می پردازیم و سپس بحث را برای مجاری باز بست می دهیم، از آنجا که یک مقطع بسته از نظر هندسی می تواند به دو صورت باز و بسته از نظر هیدرولیکی عمل نماید مسلماً روابط حاکم بر رفتار جریان باز همان روابط حاکم بر رفتار جریان بسته است که شکل دیگری به خود گرفته و این تغییر فرم به واسطه تفاوت شرایط موجود در دو حالت باز و بسته است.

حالات حدی مذکور همان مرز تبدیل جریان از بسته به باز بوده که در زیر توضیح داده می شود.

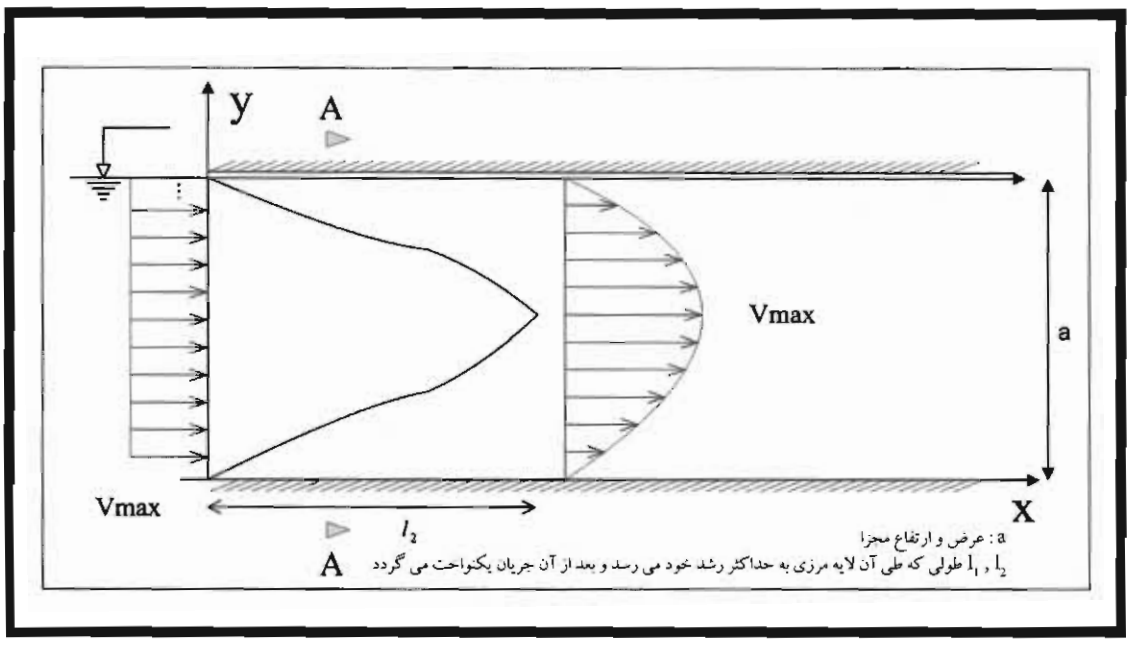
حالتی را متصور می شویم که سطح آب عبوری از کالورت آزاد بوده و در معرض فشار اتمسفر است یا به عبارت دیگر کالورت عملکرد باز داشته باشد ضمناً در این حالت که زین پس آن را حالت یک می نامیم جریان بطور تقریبی کل مقطع کالورت را دربر گرفته است و می دانیم که شیب و حداکثر سرعت مجاز در کالورت های معمولی ناچیز بوده و می توان سرعت ورودی به مجرا را که در دهانه ورودی از توزیع یکنواختی برخوردار است با V_{max} نمایش دهیم، شکل زیر بیانگر حالت یک است :

هم اکنون حالتی را در نظر می گیریم که جریان بطور کامل مجرا را پر کرده ولی سطح آب بالا دست به موازات لبه فوقانی کالورت باشد یا به عبارتی آب بر روی لب فوقانی هد نداشته باشدو همین امر باعث می گردد که بتوانیم فشار را در سطح جریان عبوری با دقت بالا همان فشار اتمسفر بدانیم. حالت فعلی را حالت دو نام گذاری می کنیم، شکل



زیر بیانگر حالت دو است:

از نظر عملی احتمال رخداد هر یک از دو حالت فوق الذکر کم است ولی از نقطه نظر تئوریک قابل بررسی است، این دو حالت زمانی اتفاق می افتد که شیب پروفیل سطح آب در سراب با شیب کارگذاری کالورت برابر باشد.



کالورت از نوع جعبه ای (a×a) با طول L می باشد سطح بدنه کالورت از نظر هیدرولیکی صاف یا بینابینی بوده که این فرض برای کالورت های فلزی و حتی کالورت های بتنی پرداخت شده صادق است. نرخ رشد لایه مرزی شکل گرفته بر روی سطوح افقی و قائم در هر مقطع از کالورت برابر بوده و تقارن حفظ می شود. و طول L به اندازه ای است که طی آن لایه های مرزی می تواند به حد اکثر رشد خود برسد ($L > l_2$, $L > l_1$).

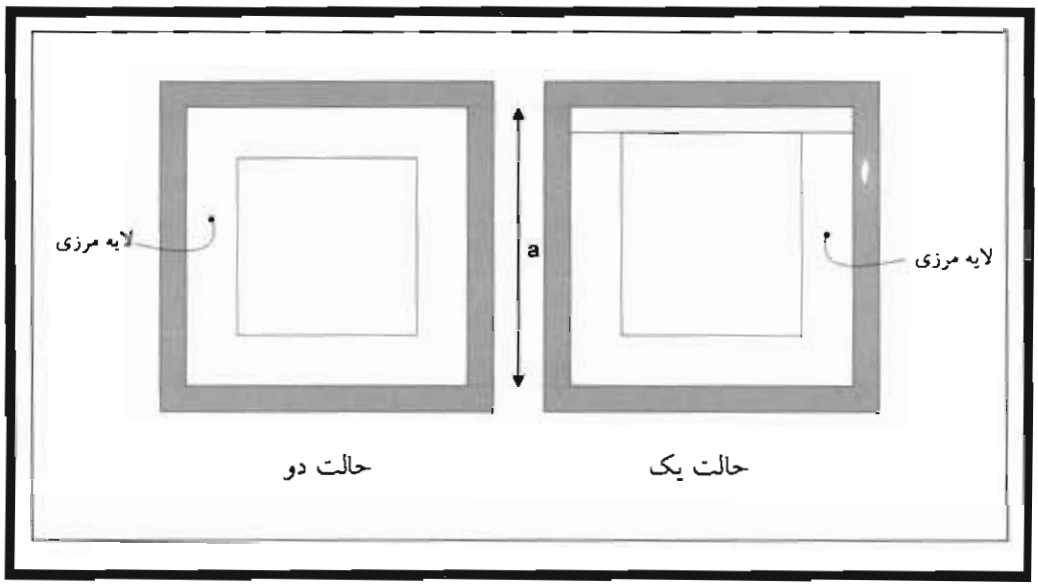
همانگونه که در شکل حالت یک مشاهده می شود لایه مرزی از ابتدای کالورت (سطح کف و دیواره ها) شروع به رشد می کند، و پس از عبور از نواحی آرام و بینابینی وارد ناحیه متلاطم می شود و تا انتهای مجرا این ناحیه برفتار جریان حکمفرماست. لایه مرزی متلاطم میتواند تا سطح آب رشد نماید پس حداکثر ضخامت لایه مرزی شکل گرفته برابر a است و حداکثر ضخامت لایه مرزی شکل گرفته بر روی دیواره ها برابر $\frac{a}{2}$ می باشد.

بدلیل طویل بودن مجرا عملاً طول لایه مرزی آرام و انتقالی در مقابل لایه ی مرزی متلاطم ناچیز بوده و معمولاً در محاسبات از نواحی آرام و انتقالی صرف نظر می شود و فرض میگردد که لایه مرزی متلاطم از همان ابتدای کالورت شکل گرفته و رشد می نماید که با این فرض نیروی دراگ محاسباتی کمی بیش از مقدار واقعی بدست می آید و روابطی برای تصحیح ضریب دراگ توصیه شده که به آنها اشاره نمی شود.

در حالت دو نیز لایه ی مرزی از ابتدای کالورت شکل می گیرد (سطح کف، سقف ودیواره ها) و پس از سپری کردن نواحی آرام و انتقالی به ناحیه ی متلاطم می رسد که تا انتهای مجرا ادامه می یابد، در این حالت حداکثر ضخامت لایه ی مرزی شکل گرفته بر روی چهار وجه برابر $\frac{a}{2}$ می باشد. در حالت دو نیز به مانند حالت یک از نواحی آرام و انتقالی بواسطه طول ناچیز آنها درمقابل ناحیه متلاطم صرف نظر می شود پس رشد لایه ی مرزی از ابتدا با تلاطم لایه آغاز می شود.

پس از آنکه لایه مرزی به حداکثر رشد خود رسید یعنی پس از طول l_1 در حالت یک و پس از طول l_2 درحالت دو، جریان یکنواخت می گردد و شرایط جریان کاملاً تثبیت شده وتغییری در رفتار جریان مشاهده نمی شود و منحنی های توزیع سرعت در هر دو حالت نمایش داده شده اند.

توزیع سرعت در هر دو حالت دو قوسی است و در دو جهت متحمل تغییرات می گردد، پس اگر جهت جریان , v x سرعت نقطه ای در جریان باشد ($u = w = 0$ مؤلفه های دیگر سرعت صفر هستند) در این حالت $\frac{dV}{dy}$ و $\frac{dV}{dz}$ صفر



نمی باشد

$$\frac{dV}{dy} \neq 0 \qquad \frac{dV}{dz} \neq 0$$

همان گونه که گفته شددر قسمت اعظم ضخامت لایه مرزی متلاطم توزیع سرعت مذکور نمایی است و معمولاً فرض میشود که توزیع سرعت در کل ضخامت نمایی است پس معادله حاکم بر روند تغییرات سرعت نقطه ای بصورت زیر است.

$$\frac{V}{V_{\max}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}$$

که در آن

y : فاصله از سطح جامد

δ : ضخامت لایه مرزی در نقطه مورد بررسی

V : سرعت نقطه ای

V_{max} : حداکثر سرعت محتمل می باشد

می دانیم که ضخامت لایه مرزی متلاطم طبق توصیه بلازیوس از رابطه زیر حاصل می شود :

$$\delta = \left(\frac{0.37\,x}{\mathrm{Re}_x^{\left(\frac{1}{5}\right)}}\right)$$

که در آن

δ : ضخامت لایه مرزی متلاطم

x : فاصله مکان مورد بررسی از ابتدای مجرا

Re_x : عدد رینولدز نقطه ای

حال طول l_2 , l_1 که قبلاً معرفی شده اند به سادگی قابل محاسبه هستند، در دمای معمولی برای آب در صفحه بعد روابط آن آمده است.

روابط ذیل را می توان برای یافتن l_2 , l_1 استفاده نمود که در این روابط دو مجهول l_1 (یا l_2) و V_{max} موجود است و با در نظر گرفتن نمایی بودن معادلات فوق نمی توان به سادگی روابطی بر حسب l_1 (یا l_2) و a بدست آورد ولی اگر درجه اهمیت ترم های مختلف روابط فوق و یا میزان حساسیت معادلات فوق با تغییر متغیر های آنها را بررسی کنیم درمی یابیم که ترم V_{max} در مقابل l_1 (یا l_2) و a دارای درجه اهمیت کمتری است.

$$a = \frac{0.37\, l_1}{\left(\mathrm{Re}_{l_1}\right)^{1/5}} = \frac{0.37\, l_1}{\left(\frac{V_{max} \times l_1}{\nu}\right)^{1/5}} = 0.023 \frac{l_1^{4/5}}{V_{max}^{1/5}}$$

$$l_1^{4/5} = \frac{a . V_{max}^{1/5}}{0.023} \quad \Rightarrow \quad l_1 = 111.64\ a^{5/4} . V_{max}^{1/4}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{0.37\, l_2}{\left(\mathrm{Re}_{l_2}\right)^{1/5}} = \frac{0.37\, l_2}{\left(\frac{V_{max} \times l_2}{\nu}\right)^{1/5}} = 0.023 \frac{l_2^{4/5}}{V_{max}^{1/5}}$$

$$l_2^{4/5} = \frac{a . V_{max}^{1/5}}{2 \times 0.023} \quad \Rightarrow \quad l_2 = 46.94\ a^{5/4} . V_{max}^{1/4}$$

می دانیم که حداکثر سرعت مجاز در کالورت های معمولی بین ۱/۵ تا ۲/۵ متر بر ثانیه پیشنهاد شده است و علت آن هم جلوگیری از آب شستگی پائین دست کالورت بوده و بعضاً کالورتهایی با شیب وسرعت زیاد موجود هستند که در پائین دست آنها از سازه های مستهلک کننده انرژی استفاده شده که به هیچ وجه منطقی و مقرون به صرفه نیست.

با توجه به اینکه در دبی طرح شاهد حد اکثر سرعت مجاز جریان نیز هستیم می توان در رنج سرعت فوق عبارت V_{max}را برابر یک در نظر گرفت. برای کاربردی تر شدن روابط ضرائب موجود تا حدی تعدیل می شوند و در نهایت خواهیم داشت

$$l_1 = 133\, a^{5/4}$$

$$l_2 = 56\, a^{5/4}$$

روابط فوق بیانگر ارتباط نمایی l_1 (یا l_2) و a هستند و با در دست داشتن a می توان مقدار عددی l_2 , l_1 را حاصل نمود. ضمناً معادلات بالا را می توان علاوه بر کالورت های باکس (جعبه ای) برای کالورت های لوله ای (a = D) و کانال های مستطیلی و ذوزنقه ای نیز استفاده نمود.

اگر روابط بدست آمده را بر هم تقسیم نماییم نسبت l_1 به l_2 بزرگتر از ۲ خواهد شد و این امر به واسطه نمائی بودن روابط اولیه است و شاید کمی دور از منطق به نظر برسد، این مهم بیانگر کم بودن نرخ رشد لایه مرزی در حالت یک نسبت به حالت دو است پس لایه مرزی تشکیل شده در حالت یک ملایم تر و به عبارتی با شیب کمتری نسبت به سطح مبنا رشد می کند و در نتیجه ضخامت جابه جایی که در آینده محاسبه می گردد در حالت یک نرخ رشد کمتری (شیب کمتر) نسبت به حالت دو خواهد داشت.

$$\frac{l_1}{l_2} = 2.38$$

از نسبت فوق می توان نتیجه گرفت که مقاومت مجرای یک در مقابل جریان بسیار کمتر از مقاومت مجرای دوم است. می دانیم که ذرات سیال در حال حرکت بر روی یک خط جریان مستقیم فقط می توانند شتاب مماسی داشته باشند حال شرایطی را متصور می شویم که با صرف انرژی (که این انرژی توسط لایه مرزی ایجاد می شود) خط جریان قبلی را خم کنیم ، در شرایط فعلی ذرات سیال تحت تأثیر نیروی اینرسی علاوه بر شتاب مماسی ، شتاب گریز از مرکز یا شتاب نرمال بر خط جریان را نیز بدست می آورند البته شتاب مماسی جدید با شتاب مماسی قبل الزاماً برابر نیست. پس بوجود آمدن شتاب قائم و مقدار آن متأثر از میزان مقاومت در مقابل جریان است و وجود شتاب قائم را می توان عامل اصلی تغییر دهنده فشار دانست اما اگر مطالب گفته شده را با حالتهای یک و دو مقایسه کنیم متوجه می شویم که طبق تعریف حالت حدی ، توزیع فشار در هر دو حالت هیدرواستاتیک است پس شرایط فوق به نحو دیگری خود را ظاهر می کند و آن افزایش تلفات کلی و به تبع آن افت دبی عبوری است.

در اینجا به اختصار در مورد ضخامت جابه جایی بحث و از روابط حاصله استفاده می کنیم.

اگر سیال عبوری از درون کالورت یک سیال ایده آل باشد و بخواهیم دبی جرمی عبوری از کالورت در این شرایط با حالتی که سیال حقیقی در کالورت جریان داشته برابری کند می توان سطح مقطع کالورت را کاهش داد و میزان جابه جایی هر یک از سطوح (سطوح قائم و افقی) را نسبت به مکان اولیه آن سطح، ضخامت جابه جایی گویند و آن را با δ_* نمایش می دهند پس این ضخامت وجود فیزیکی نداشته و کاملاً فرضی است و تعبیر ریاضی آن به قرار زیر است.

$$\delta_* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{V}{V_{max}}\right) dy$$

V بیانگر سرعت نقطه ای از سطح جامد تا ارتفاع δ است و dy بیانگر جهت انتگرال گیری در ارتفاع کالورت است و قاعدتاً برای سطوح قائم به dz تبدیل می شود.

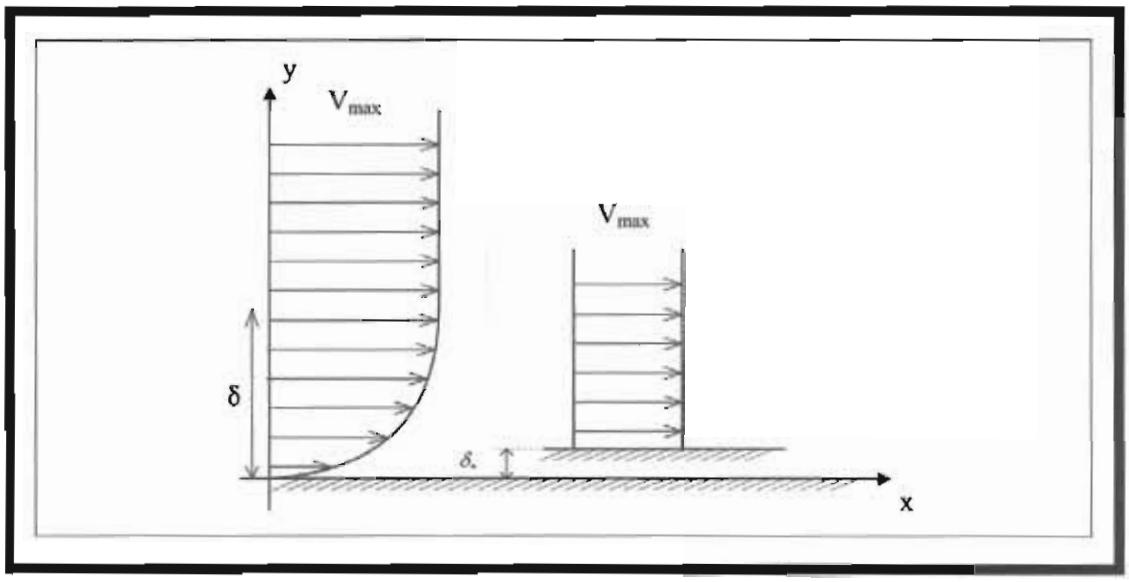
در لایه مرزی آرام معمولاً توزیع سرعت پیشنهادی توسط پراندتل مورد استفاده قرار می گیرد

$$\frac{V}{V_{max}} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

و در لایه مرزی متلاطم توزیع سرعت نمایی که قبلاً گفته شده است مورد استفاده قرار می گیرد که اگر در معادله δ_* جایگذاری شود در نهایت مقدار ضخامت جابه جایی برای لایه مرزی آرام و متلاطم حاصل می شود.

لایه مرزی آرام $\delta_* = 0.375\delta$

لایه مرزی متلاطم $\delta_* = 0.125\delta$



ضخامت جابه جایی را بصورت تابعی از L بدست می آوریم، لازم به ذکر است که ضخامت جابه جایی برای سطوح قائم و افقی یکسان در نظر گرفته می شود که با واقعیت منطبق است و مهمترین عاملی که باعث می شود نرخ رشد لایه مرزی بر روی سطوح قائم کمتر از سطوح افقی باشد، وزن سیال در حال گذر می باشد.

$$\delta_* = 0.0025\, L^{4/5}$$

این رابطه نیز با فرضیات قبلی و با توجه به کم اهمیت بودن ترم سرعت (در سرعت های پایین) حاصل شد که در آن L فاصله ابتدای مجرا تا نقطه مورد بررسی است (که در اینجا کل طول کالورت می باشد).

دبی عبوری ارتباط مستقیم و خطی با سطح مقطع مجرا داشته و با توجه به مفهوم ضخامت جابه جایی می توان سطح مقطع مؤثر را در حالات یک و دو یافت، که برای حالت یک داریم:

$$L < l_2 \Rightarrow A_I = a^2 - 0.0075\, a\, L^{4/5}$$

$$l_2 < L < l_1 \Rightarrow A_I = 0.875\, a^2 - 0.0025\, a\, L^{4/5}$$

$$L > l_1 \Rightarrow A_I = 0.75\, a^2$$

و در حالت دو سطح مقطع مؤثر برابر است با:

$$L < l_2 \Rightarrow A_{II} = a^2 - 0.01\, a\, L^{4/5}$$

$$L > l_2 \Rightarrow A_{II} = 0.75\, a^2$$

همان گونه که دیده می شود معادلات فوق توابع ساده ای از a و L می باشند و با در دست داشتن a و L می توان سطح مقطع مؤثر A_I و A_{II} را محاسبه و با a^2 که سطح مقطع کل است مقایسه نمود و در نهایت دبی واقعی از حاصلضرب دبی حداکثر در نسبت سطح مقطع مؤثر به سطح مقطع کل بدست می آید.

$$Q_{real} = \left(a^2 \times V_{\max}\right).\left(\frac{A_I}{a^2} or \frac{A_{II}}{a^2} or \frac{A_{III}}{a^2}\right)$$

برای بسط دادن موضوع به شرایط محتمل دیگر روابطی را بعنوان A_{III} ارائه می کنیم که این روابط برای $y < a$ (y عمق جریان نسبت به کف مجرا) صادق هستند و A_I نیز حالت خاصی از روابط کلی A_{III} می باشد. البته شش رابطه مجزا برای A_{III} می توان ارائه نمود که در اینجا به دو معادله اصلی اشاره می شود :

$$L < l_1 \ , \ L < l_2 \Rightarrow A_{III} = a.y - 0.0025a\,L^{4/5} - 0.005y\,L^{4/5}$$

$$L > l_1 \ , \ L > l_2 \Rightarrow A_{III} = a.y - 0.0025a\,l_1^{4/5} - 0.005y\,l_2^{4/5}$$

چهار رابطه دیگر را نیز می توان برای حالات بینابینی و در مواقعی که $l_2 < l_1$ و یا $l_1 < l_2$ به همین ترتیب نوشت.

با توجه به A_I و A_{II} نمودارهایی ارائه می گردد که بیانگر روند تغییرات سطح مؤثرجریان نسبت به تغییرات رشد لایه مرزی در طول مسیر است و در نهایت منحنی های ترسیم شده تحلیل می گردند.

با توجه به نمودار های ترسیم شده می توان نتیجه گرفت که روند تغییرات ضرایب مقاومت در برابر جریان نیز از چنین نمودارهایی پیروی می کند به عبارت دیگر مقدار این ضرایب که در جریان یکنواخت و غیر یکنواخت ثابت فرض می شوند در حالت جریان غیر یکنواخت دستخوش تغییراتی شده و ثابت نمی باشند ، معمولاً برای ضرایب یاد شده جداولی بر مبنای جنس آبراهه تنظیم شده است که از این جداول برای جریان های یکنواخت و غیر یکنواخت استفاده می شود و در سال های اخیر اقدامات فراوانی جهت محاسبه روند تغییرات این اعداد برای جریان غیر یکنواخت شده است و می دانیم که دبی محاسباتی از روابط شزی یا مانینگ به شدت به مقدار ضرایب مقاومت وابسته بوده و تعیین دقیق مقدار عددی این ضرایب از اهمیت خاصی برخوردار است، بنابر روابط و نمودارهای قبل می توان برای $y < a$ نوشت :

$$n = \frac{\left(1 - \frac{\delta}{8y}\right) R_h^{2/3} . S_f^{1/2}}{(1-k).V}$$

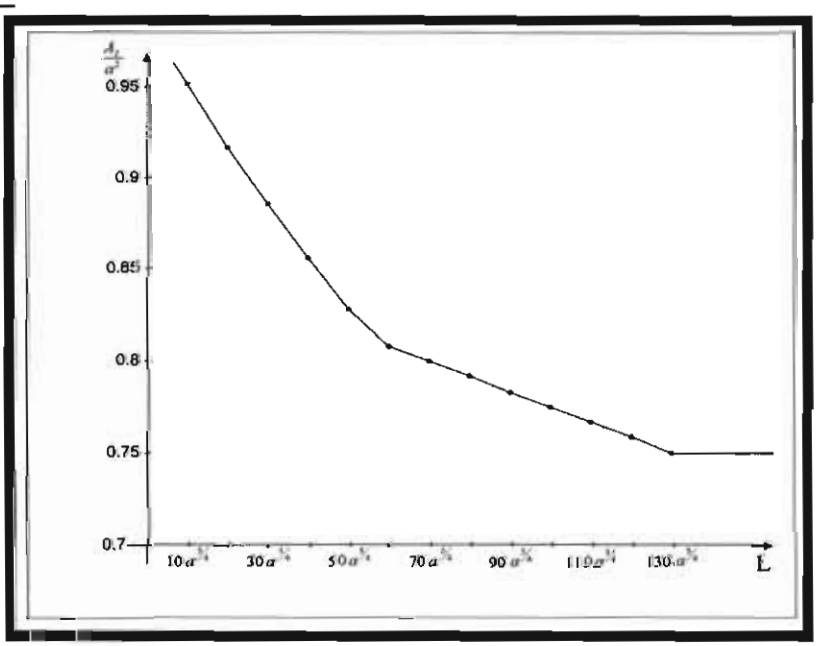
δ : ضخامت لایه مرزی در نقطه مورد بررسی

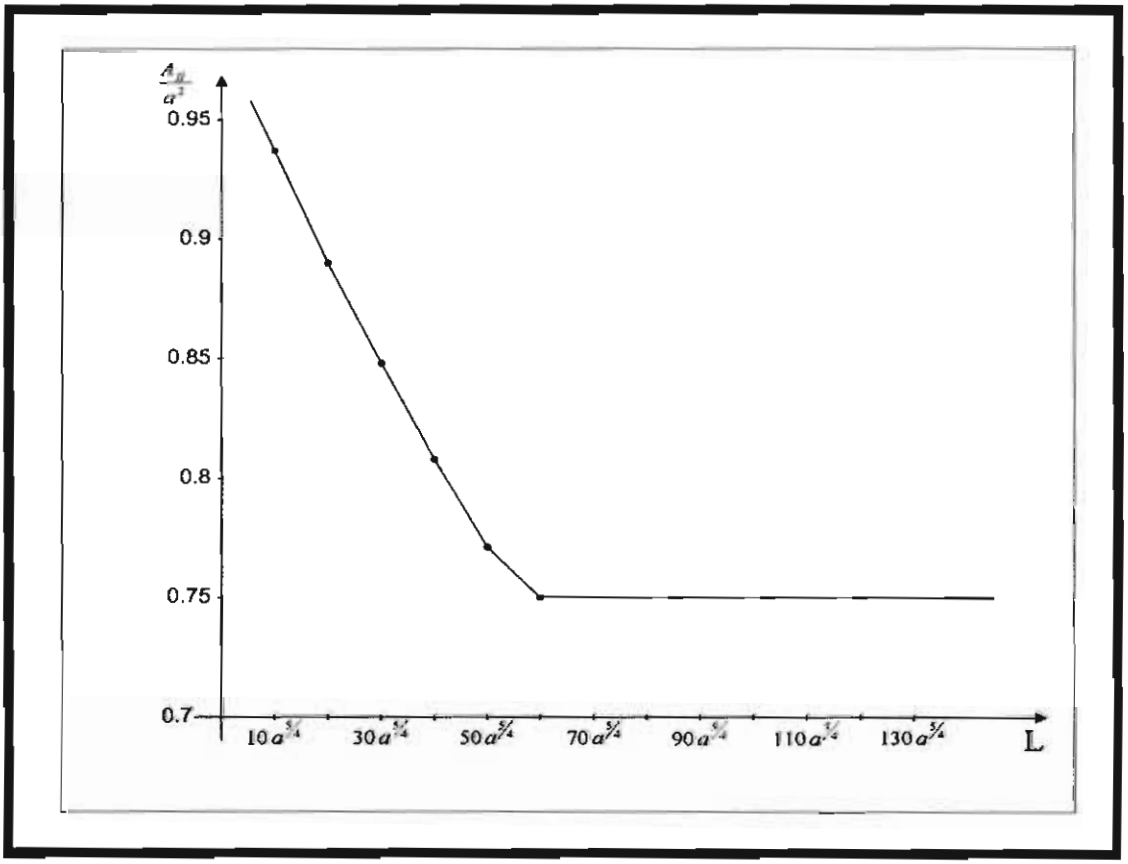
V : سرعت متوسط جریان در مقطع مورد نظر

k : نسبت سطح مقطع مؤثر به سطح مقطع کل

S_f : شیب اصطکاکی

R_h : شعاع هیدرولیکی





نسبت $\frac{\left(1-\frac{\delta}{8y}\right)}{(1-k)}$ در جریان یکنواخت 1 بوده و ثابت است در صورتی که مقدار این نسبت در جریان های غیر یکنواخت بسته به میزان غیر یکنواختی جریان بین 0.88 تا 1 متغییر است ، پس نتیجه می گیریم که مقدار n در جریان غیر یکنواخت کمتر از حالت یکنواخت بوده و میزان این کاهش می تواند تا 12 درصد باشد. البته بررسی دقیق روند تغییرات ، مستلزم آزمایشات فراوان است. با توجه به روابط تجربی موجود برای تبدیل ضریب مانینگ به ضریب شزی و یا ضریب دارسیوایسباخ نیز می توان تغییرات یاد شده را دراین دو ضریب مطالعه کرد.

Reference:

1.Hansen , NACA TM 585 , 1930
2.schlichting. H. "Boundary – layer theory". McGraw – Hill Book Company. NewYork.
3.Yen. B. C. "Hydraulic Resistance on open channels". in channel flow resistance : centennial of Manning's formula.
4.Irving H. shames – Mechanics of fluids.
5.cunge,J.A,Holly,F.M,verwey,A(1980).practical aspects of computational river Hydraulics,pitman,London.
6.Chow,V.T.(1959).open channel hydraulics.McGraw-Hill,Inc.New York,N.Y.
7.Zhou, Jian Gvo, 1995, velocity – Depth coupling In shallow water Flows hydraulic Engineering, Vol. 121, No. 10